5. PROIECTAREA ARBORILOR

Arborii pe care se fixează roţile sunt solicitaţi la:

- *torsiune* de momentele $T_{I,II,III}$ - considerate constante pe fiecare arbore între tronsoanele pe care se montează elementele active (roţi de curea, roţi dinţate);
- *încovoiere* determinată de acţiunea forţelor, considerate concentrate, din transmisia prin curele (forţa care încarcă arborele de intrare = forţa de întindere iniţială F_0) şi din angrenaje (forţele: tangenţiala F_t, radială F_r şi axiala F_a), momentele de încovoiere M_i având variaţie liniară descrescătoare către reazeme.

Dimensiunile (diametrele tronsoanelor) arborilor rezultă pe baza unui *calcul de rezistenţă* la solicitare compusă *încovoiere-torsiune*, după care se efectuează *calculul de verificare.*

Calculul arborilor se efectuează în următoarea succesiune:

- predimensionarea;
- alegerea rulmenţilor pentru rezemare;
- stabilirea dimensiunilor tronsoanelor pe fiecare arbore;
- proiectarea formei arborilor;
- alegerea asamblărilor arbore - butuc;
- verificarea: la oboseală, la rigiditate (deformaţii flexionale, torsionale), la vibraţii.

5.1. Predimensionarea arborilor

Această etapă constaă în ***determinarea*** prin calcul a ***diametrelor tronsoanelor*** cu rol funcţional sau constructiv pentru fiecare arbore al transmisiei pe baza diagramei de moment de încovoiere echivalent.

Calculul se desfăşoară parcurgând urmatoarele <u>*etape*</u>:

1) Se stabileşte ***diametrul preliminar*** al arborelui din condiţia de rezistenţă la torsiune:

$$d_{pI,II,III} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_{I,II,III}}{\pi \cdot \tau_{at}}} \quad \text{[mm]} \tag{5.1}$$

în care: $\tau_{at} = \mathbf{15\ ...\ 25}$ MPa- rezistenţa admisibilă la torsiune pentru materialul arborelui (oţel).

2) ***Alegerea materialului***

Pentru construcţia arborilor se utilizează *oţeluri* care se aleg în funcţie de natura solicitării:

- uşoară: **OL 50 , OL 60** - STAS 500 - 80
- medie : **OLC 35 , OLC 45** , **OLC 50** - STAS 880 - 80
- mari: **40CrNi10, 41CrNi12, 36Mo17, 40Cr10, 50VCr10** - STAS 791 - 80

Observaţie: pinionul z_{1k}, respectiv z_{1c} se realizează direct pe arbore dacă:

$$d_{ae1} \le 1{,}8 \cdot d_{pI} \quad \text{- la angrenajul conic} \tag{5.2}$$

$$d_{a1} \le 1{,}8 \cdot d_{pII} \quad \text{- la angrenajul cilindric;} \tag{5.3}$$

3) ***Lungimile tronsoanelor*** se stabilesc în funcţie de elementele ce se montează pe arbori (roţi de curea, roţi dinţate, rulmenţi, etanşări, capace) ţinând seama de *recomandări* :

4) ***Stabilirea încărcărilor*** pe fiecare arbore: se face considerând *forţele calculate concentrate*, aplicate pe arbori şi în punctele de contact ale dinţilor roţilor dinţate, cu *sensuri* stabilite în funcţie de sensul de rotaţie a fiecărui element (conducător sau condus).

5) ***Trasarea diagramelor de momente echivalente***

Deoarece asupra fiecărui arbore acţionează câte *3 forţe* F_t, F_r, F_a reciproc perpendiculare, acţiunea lor se poate studia în *două plane* (vertical şi orizontal) care se intersecteaza dupa axa de rotaţie (simetrie) a arborilor.

Se parcurg urmatoarele <u>*etape*</u>:

- ***Trasarea diagramelor de momente încovoietoare în plan vertical*** M_{iV}

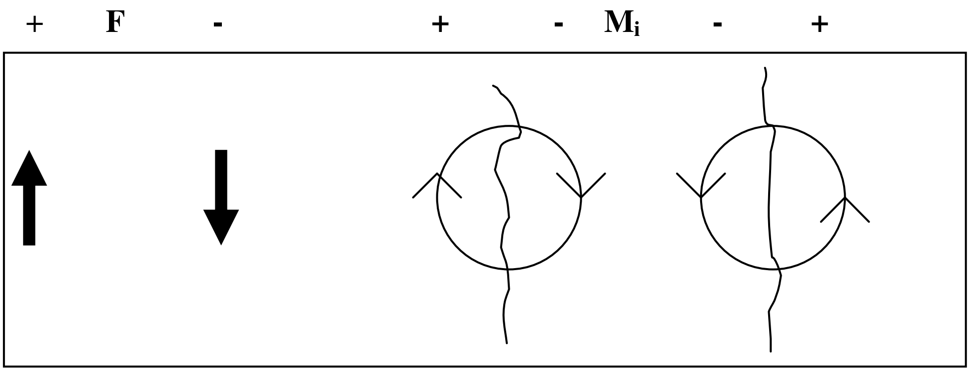
se efectueaza respectând următoarea ordine:

- *reprezentarea forţelor* care actionează *în plan vertical* în punctele de aplicaţie şi cu sensurile rezultate din schema de funcţionare;
- *determinarea reacţiunilor* din reazeme (punctele de sprijin ale arborilor) – rulmenţii
  A, B - pentru arborele I;
  C, D - pentru arborele II;
  E, F – pentru arborel III

pe baza ecuaţiilor de echilibru de forţe şi momente de încovoiere

$$\Rightarrow V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, V_F \quad [N] \qquad (5.4)$$

- *calculul momentelor de încovoiere în plan vertical* M_{iV} [Nmm]-în secţiunile caracteristice pe fiecare arbore, aplicând convenţia de semn (cunoscută de la Rezistanţa materialelor);



- *reprezentarea diagramei* M_{iV}.

- ***Trasarea diagramelor de momente încovoietoare în plan orizontal*** M_{iH}

se efectuează respectând următoarea ordine:

- *reprezentarea forţelor* care acţionează *în plan orizontal* în punctele de aplicaţie şi cu sensurile rezultate din schema de funcţionare;

- *determinarea reacţiunilor* din reazeme (punctele de sprijin ale arborilor) - rulmenţii

A, B - pentru arborele I;
C, D - pentru arborele II;
E, F – pentru arborel III

pe baza ecuatiilor de echilibru de forţe şi momente de încovoiere

$$\Rightarrow H_A, H_B, H_C, H_D, H_E, H_F \quad [\text{N}] \tag{5.5}$$

- *calculul momentelor de încovoiere în plan orizontal* M_{iH} [Nmm] - în secţiunile caracteristice pe fiecare arbore, aplicând convenţia de semn;
- *reprezentarea diagramei* M_{iH}.

- ***Trasarea diagramei de momente de încovoiere rezultante*** - pe baza diagramelor anterioare, folosind adunarea geometrică, punct cu punct cu relaţia:

$$(M_{irez})_j = \sqrt{(M_{iV})_j^2 + (M_{iH})_j^2} \ [\text{N mm}] \tag{5.6}$$

în care: j = 1, 2 , 3 ... - punctele care delimitează tronsoanele caracteristice pentru montarea elementelor constructive pe fiecare arbore;

- ***Trasarea diagramei de momente de torsiune*** $T_{I,II,III}$ [N mm] , considerat **constant,** care solicită fiecare arbore, aplicat pe lungimile între care se transmite;

- ***Trasarea diagramei de momente de încovoiere echivalente*** M_{iech} - pentru fiecare tronson caracteristic j, separat (diferit) pentru arborii I , II şi III, cu relaţia;

$$(M_{iech})_j = \sqrt{(M_{irez})_j^2 + (\alpha \cdot T)_j^2} \quad [\text{N mm}] \tag{5.7}$$

în care: $\alpha = \dfrac{\sigma_{aiIII}}{\sigma_{aiI}}$ - coeficientul de asimetrie al ciclurilor de solicitare la încovoiere şi torsiune, ştiind că: σ_i - variază dupa un ciclu alternant - simetric (III);
τ_t - " " " pulsant (II);

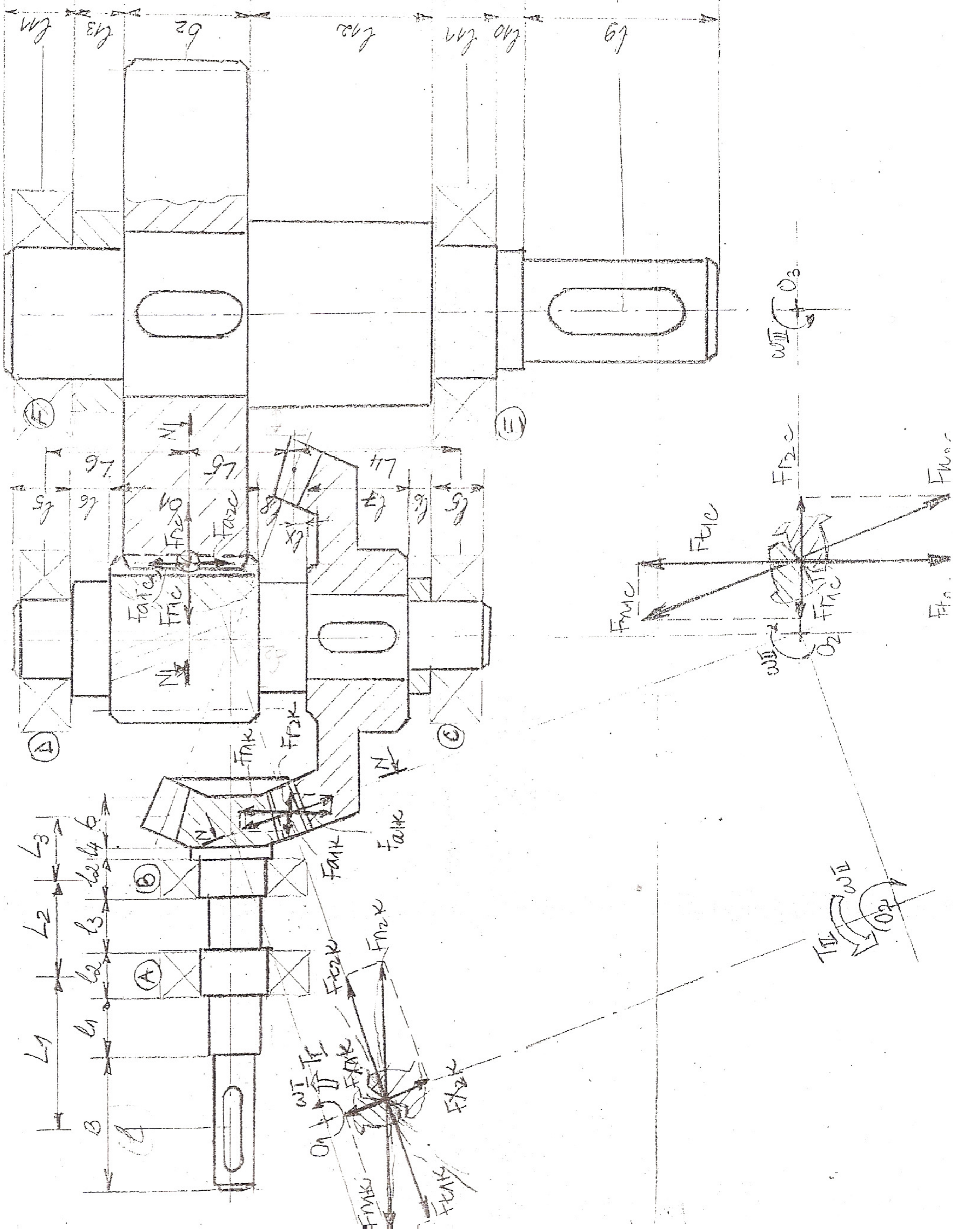
Valorile rezistenţelor admisibile la încovoiere şi torsiune sunt indicate în **tabelul 1.3 /p. 13** în funcţie de tipul materialului arborelui şi rezistanţa lui de rupere [MPa].

6) ***Calculul diametrului minim pentru fiecare tronson*** al arborelui I, II sau III, cu relaţia:

$$d_{j\min} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot (M_{iech})_{\max j}}{\pi \cdot \sigma_{aiIII}}} \quad [\text{mm}] \tag{5.8}$$

unde: $(M_{iech})_{\max j}$ - momentul de încovoiere echivalent maxim pe tronsonul j.

Observaţie: Pentru proiectarea formei şi alegerea corectă a dimensiunilor fiecărui tronson de pe arbori, se vor dimensiona mai întâi rulmenţii.



Pentru ***arborii*** *I, II* şi *III* cu poziţiile relative din figură se stabilesc următoarele *lungimi ale tronsoanelor* (corelate cu notaţiile din fig. cu schema reductorului cu două trepte):

Arborele de intrare I

$B = 2 \cdot f + (z-1) \cdot e$ - lăţimea butucului roţii de curea - pentru $z \le 3$
$l = (1{,}2 - 1{,}5) \cdot d_{pI}$ " " " " - pentru $z > 4$;

$l_1 = (l_1^{'} + l_1^{''}) = (10...15) + (15...20) =$ **25…35** mm - în care:
$l_1^{'} =$ **10...15** mm - lăţimea capacului lagărului (funcţie de lăţimea manşetei de etanşare);
$l_1^{''} =$ **15...20** mm - distanţa de la elementul rotitor până la capacul lagărului din carcasă;

$l_2 = (B_r) \approx d_{pI}$ - lăţimea rulmenţilor;

$L_2 = l' = (2{,}5...3) \cdot d_{pI}$ - distanţa între lagărele arborelui cu consolă;
Lungimea între lagăre – rezultă prin calcul:
$l_3 = L_2 - l_2$

$l_4 = a =$ **10…15** mm - distanţa de la roata dinţată la peretele reductorului;

b - lăţimea butucului roţii dinţate conice (de la calculul elementelor geometrice).

Lungimile de calcul pentru punctele de aplicaţie ale forţelor se stabilesc astfel:

$L_1 = \frac{B}{2} + l_1 + \frac{l_2}{2}$; L_2 - stabilit anterior; $L_3 = \frac{l_2}{2} + l_4 + \frac{b}{2}$

Arborele intermediar II

$l_5 = (B_r) \approx d_{pII}$ - lăţimea rulmenţilor;

$l_6 = a =$ **10…15** mm - distanţa de la roata dinţată la peretele reductorului;

l_7 - lungimea butucului roţii conice conduse, se alege funcţie de construcţia acesteia:
$l_7 = b$;
$l_7 = b +$ 10…15 mm - dacă butucul roţii este mai mare ca lăţimea;

$l_x = \frac{b}{2} \cdot \cos \delta_2$ - distanţă de calcul;

$l_8 = c =$ **10…15** mm - distanţa între roţile dinţate montate pe aceeaşi axă;

b_1 - lăţimea pinionului cilindric;

Lungimile de calcul pentru punctele de aplicaţie ale forţelor se stabilesc astfel:

$$L_4 = \frac{l_5}{2} + l_6 + l_7 + l_x; \qquad L_5 = l_8 - l_x + \frac{b_1}{2}; \qquad L_6 = \frac{b_1}{2} + l_6 + \frac{l_5}{2}$$

Arborele de ieşire III

$l_9 = (1{,}2...1{,}5) \cdot d_{pIII}$ - lungimea tronsonului în consolă;

$l_{10} = (l_{10}^{'} + l_{10}^{''}) = (10...15) + (15...20) =$ **25…35** mm sau mai mare: $l_{10} \geq l_1$ – în care:

$l_{10}^{'} =$ **10...15** mm - lăţimea capacului lagărului (funcţie de lăţimea manşetei de etanşare);

$l_{10}^{''} =$ **15...20** mm - distanţa de la elementul rotitor până la capacul lagărului din carcasă;

$l_{11} = (B_r) \approx d_{pIII}$ - lăţimea rulmenţilor;

l_{12} - se determină din condiţia ca roţile dinţate cilindrice să angreneze la jumătate din lăţimea danturilor:

$$\frac{l_5}{2} + l_6 + l_7 + l_8 + \frac{b_1}{2} = \frac{l_{11}}{2} + l_{12} + \frac{b_2}{2}$$

l_{13} - rezultă analog din condiţia: $\frac{b_2}{2} + l_{13} + \frac{l_{11}}{2} = \frac{b_1}{2} + l_6 + \frac{l_5}{2}$

Lungimile de calcul pentru punctele de aplicaţie ale forţelor se stabilesc astfel:

$$L_7 = \frac{l_9}{2} + l_{10} + \frac{l_{11}}{2}; \qquad L_8 = \frac{l_{11}}{2} + l_{12} + \frac{b_2}{2}; \qquad L_9 = \frac{b_2}{2} + l_{13} + \frac{l_{11}}{2}$$

$(l_7) >$ **20 mm** - distanţa dintre roţile dinţate şi arbori (**se calculează -** la geometria roţilor dinţate conice);

$\Delta > 1{,}2 \cdot \delta$ - distanţa minimă între roţile dinţate şi peretele interior al carcasei reductorului; unde: δ - grosimea peretelui carcasei reductorului (rezultă constructiv);